דמיון משולשים

מצגת הסבר – מההתחלה ועד שאלת בגרות מלאה

מתמטיקה 3 יח"ל | שאלון 35371 | כיתה י"א | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

בשאלה יש מצב מהחיים – מדרגות נעות, מפרשים, גג של בית – ובו שני משולשים באותה צורה וגודל שונה.

1. להוכיח שהמשולשים דומים (ז.ז.)
2. להתאים צלעות ולמצוא את **יחס הדמיון** k
3. למצוא צלע חסרה בעזרת k
4. להשתמש במשפט פיתגורס
5. לחשב שטחים והיקפים

הרעיון

משולשים דומים = **אותה צורה**

כל הזוויות שוות, וכל הצלעות גדלות פי k.

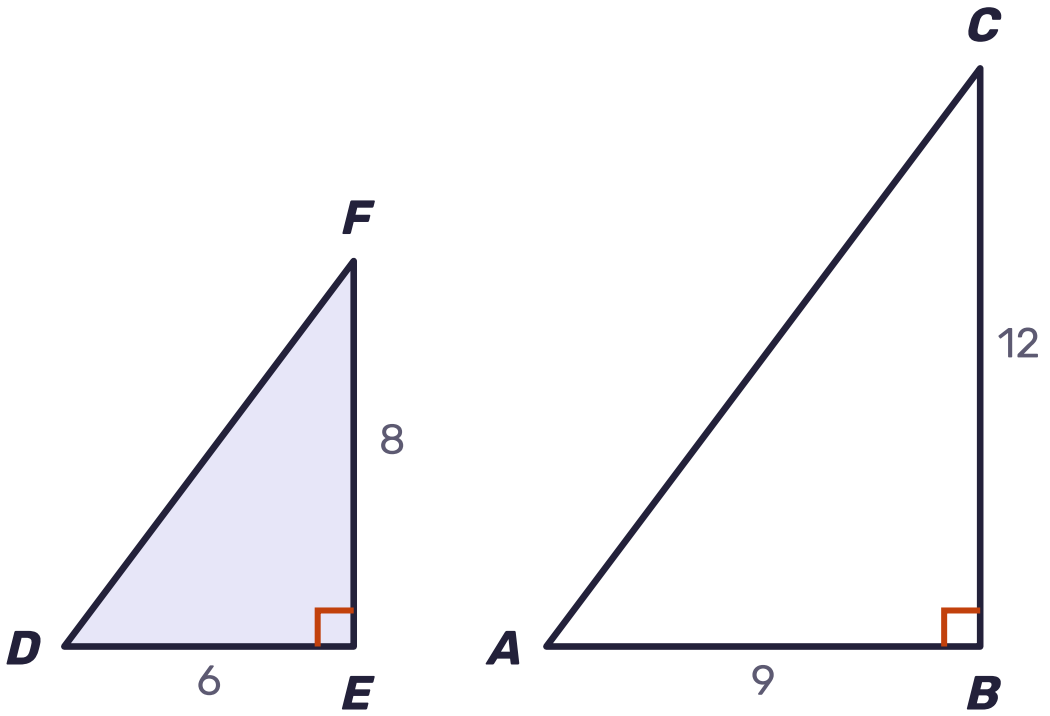
מה זה משולשים דומים?

שני משולשים דומים אם:

1. הזוויות שלהם שוות בהתאמה;
2. היחס בין כל שתי צלעות מתאימות שווה – זה **יחס הדמיון** k.

$$k = \frac{AB}{DE} = \frac{9}{6} = \frac{BC}{EF} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

כותבים: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ – לפי סדר הקודקודים המתאימים.



מה יש בנוסחאון – ומה צריך לזכור

📘 מהנוסחאון

משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

c – היתר, a ו־b – הניצבים

שטח משולש:

$$S = \frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה לאותה צלע}}{2}$$

לזכור (לא בנוסחאון)

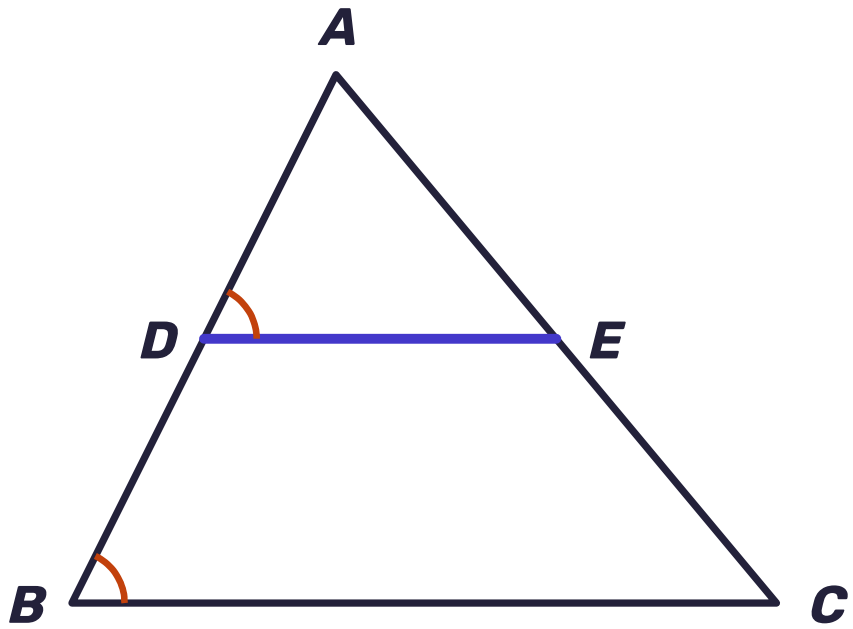
- **ז.ז.** – שתי זוויות שוות ← המשולשים דומים.
- יחס הדמיון k = היחס בין צלעות מתאימות.
- היחס בין ההיקפים שווה ל־k.
- היחס בין השטחים שווה ל־k^2.

איך מוכיחים דמיון? – שתי זוויות שוות

מוצאים **שתי** זוויות שוות. הנימוקים שחוזרים בבגרות:

- **זווית משותפת** לשני המשולשים
- **זוויות ישרות** – שני עמודים מאונכים לקרקע
- **זוויות מתאימות** או מתחלפות בין ישרים מקבילים
- **זוויות קודקודיות** – כשהמשולשים „בצורת שעון חול"
- משולש שווה צלעות – כל הזוויות 60°

מסיימים במשפט: „לכן המשולשים דומים לפי ז.ז."



נתון: $DE \parallel BC$

$\angle A$ – משותפת

$\angle ADE = \angle ABC$ – זוויות מתאימות

התאמת הצלעות

צלעות מתאימות נמצאות **מול זוויות שוות**. הכי בטוח – לפי סדר הקודקודים בכתיבת הדמיון:

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

במשולש הגדול	AB	BC	AC
במשולש הקטן	AD	DE	AE

$$k = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$$

טיפ

במשולש ישר זווית: היתר מתאים ליתר (שניהם מול הזווית הישרה).

תמיד כדאי לרשום את הגדול במונה – אז $k > 1$.

השיטה – צעד אחר צעד

1. מסמנים בשרטוט את הנתונים.
2. מוכיחים דמיון (ז.ז.) ורושמים את סדר הקודקודים.
3. מוצאים זוג צלעות מתאימות ששתיהן ידועות $\leftarrow k$.
4. צלע חסרה: משוואה עם k (כופלים או מחלקים ב־k).
5. אם צריך – פיתגורס במשולש ישר זווית, או חיסור קטעים.

דוגמה

$k = \frac{3}{2},\ \ BC = 6.75$

מצאו את DE:

$$\frac{BC}{DE} = \frac{3}{2} \ \Rightarrow\ \frac{6.75}{DE} = 1.5$$

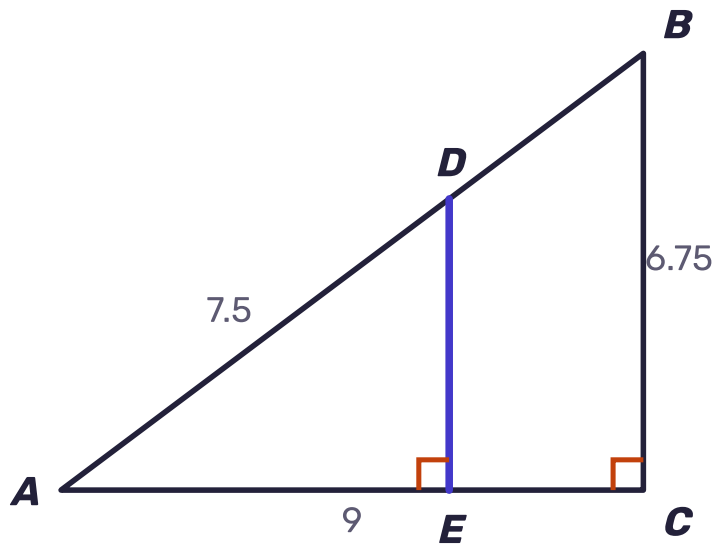
$$DE = \frac{6.75}{1.5} = 4.5$$

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

שאלת בגרות פתורה (א, ב)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

המדרגות הנעות AB נתמכות בשני עמודים המאונכים לקרקע: BC ו־DE.
נתון (במטרים): $AC = 9,\ BC = 6.75,\ AD = 7.5$



א מהו אורך המדרגות AB?

פיתגורס במשולש ABC ($\angle C = 90°$):

$$AB^2 = 9^2 + 6.75^2 = 126.5625$$

$$AB = 11.25$$

ב הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

$\angle A$ – משותפת.

$\angle AED = \angle ACB = 90°$ (העמודים מאונכים לקרקע).

לכן המשולשים דומים לפי ז.ז.

שאלת בגרות פתורה (ג, ד)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 3

ג1 מהו יחס הדמיון?

היתרים AB ו־AD מתאימים:

$$k = \frac{AB}{AD} = \frac{11.25}{7.5} = \frac{3}{2}$$

ג2 מהו אורך העמוד DE?

$$\frac{BC}{DE} = \frac{3}{2} \Rightarrow DE = \frac{6.75}{1.5} = 4.5$$

4.5 מטרים

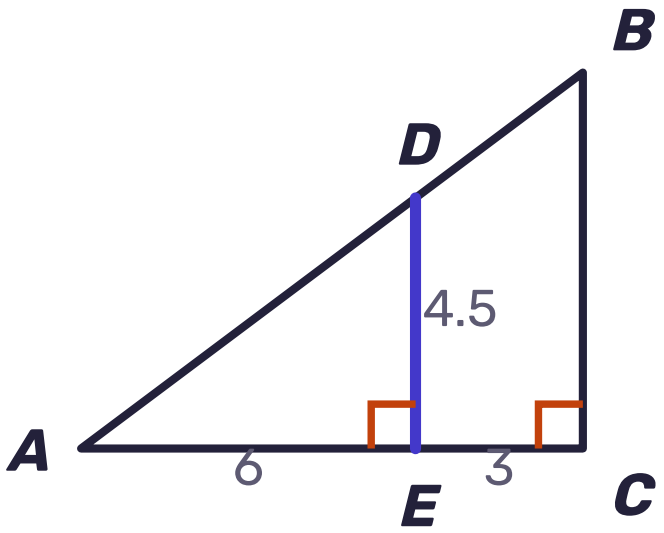
ד מה המרחק EC בין שני העמודים?

גם AC ו־AE מתאימות:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{3}{2} \Rightarrow AE = \frac{9}{1.5} = 6$$

$$EC = AC - AE = 9 - 6 = 3$$

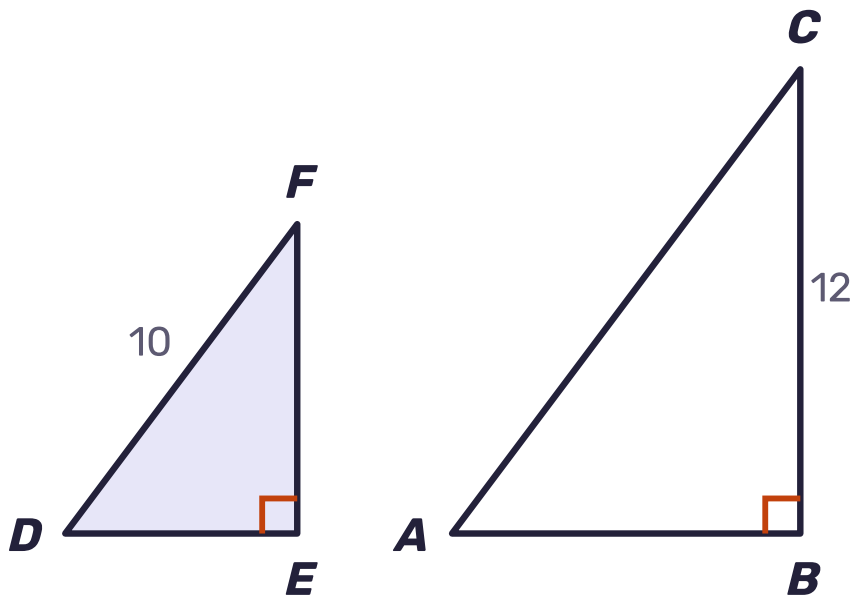
3 מטרים



עוד שאלת בגרות: מפרשים

בגרות חורף תשפ"ד (2024) • שאלה 3

שני מפרשים דומים: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, ויחס הדמיון $2:3$.
$\angle B = \angle E = 90^\circ$
נתון (במטרים): $BC = 12,\ DF = 10$



א

$$\frac{BC}{EF} = \frac{3}{2} \Rightarrow EF = \frac{12 \cdot 2}{3} = 8$$

ב פיתגורס במשולש DEF:

$$DE^2 + 8^2 = 10^2 \ \Rightarrow\ DE = 6$$

ג שטח שני המפרשים:

$$S_{DEF} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

$$AB = 6 \cdot \frac{3}{2} = 9,\quad S_{ABC} = \frac{9 \cdot 12}{2} = 54$$

$$24 + 54 = 78$$

או: $S_{ABC} = 24 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 54$

ד בד: 380 ש"ח למ"ר, 20% הנחה:

$$78 \cdot 380 \cdot 0.8 = 23{,}712$$

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. מתאימים צלעות לפי **הזוויות**, לא לפי איך שהשרטוט נראה.
2. בהוכחה – **שתי** זוויות עם נימוק לכל אחת.
3. יחס הדמיון – רק בין צלעות **מתאימות**.
4. AE הוא חלק מ־AC: את EC מוצאים בחיסור.
5. שטחים: היחס הוא k^2, לא k.
6. פיתגורס – רק במשולש ישר זווית, והיתר מול הזווית הישרה.

בדיקה עצמית

במשולש ABC הנקודה D על AB והנקודה E על AC, כך ש־$DE \parallel BC$.
נתון: $AD = 4,\ AB = 10,\ DE = 3$

1. הוכיחו ש־$\triangle ADE \sim \triangle ABC$.
2. מהו יחס הדמיון?
3. מהו אורך BC?
4. שטח $\triangle ADE$ הוא 6. מהו שטח $\triangle ABC$?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $\angle A$ – משותפת
   $\angle ADE = \angle ABC$ – מתאימות
   לכן דומים לפי ז.ז.
2. $k = \frac{10}{4} = \mathbf{2.5}$
3. $BC = 3 \cdot 2.5 = \mathbf{7.5}$
4. $6 \cdot 2.5^2 = 6 \cdot 6.25 = \mathbf{37.5}$