מודל ריבועי

מצגת הסבר – פרבולה במצב מהחיים

מתמטיקה 3 יח"ל | שאלון 35371 | כיתה י"א | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

פונקצייה ריבועית מתארת מסלול של זרם מים, כדור או גשר.
שואלים על:

1. המקדמים a, b, c וצורת הפרבולה
2. נקודות החיתוך עם ציר ה־x
3. **הקודקוד** – הגובה המקסימלי
4. מתי הפונקצייה **עולה** ומתי **יורדת**
5. ההתאמה לגרף

הצורה הכללית

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$a \neq 0$$

המקדמים a, b, c

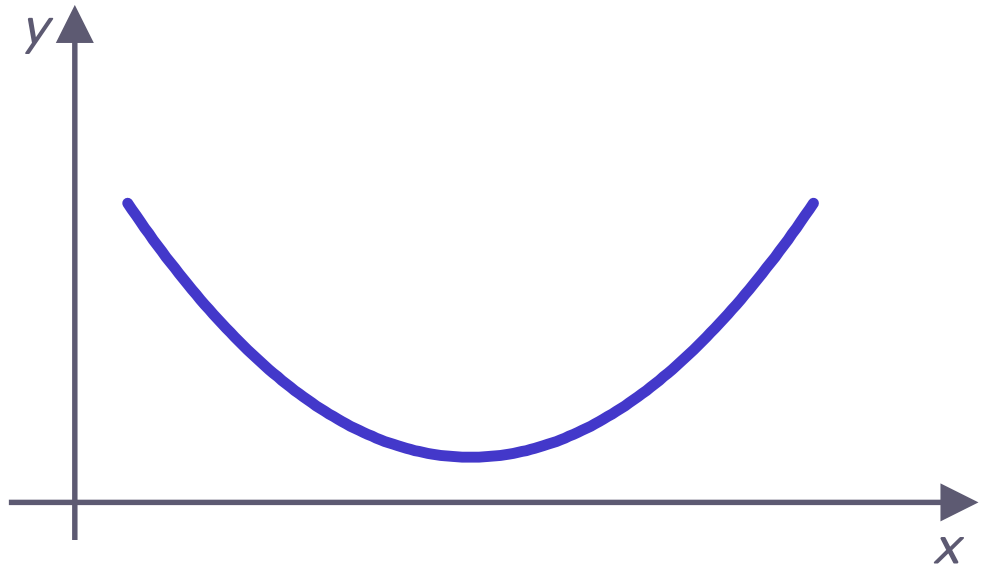
- a – המקדם של x^2
- b – המקדם של x
- c – המספר החופשי (הגובה כש־$x=0$)

הפונקצייה	a	b	c
$f(x)=-x^2+3x$	-1	3	0
$y=x^2-6x+5$	1	-6	5
$y=2x^2-8$	2	0	-8

שימו לב: הסימן שלפני המספר שייך למקדם. $-x^2 \leftarrow a=-1$. אין מספר חופשי? $c=0$.

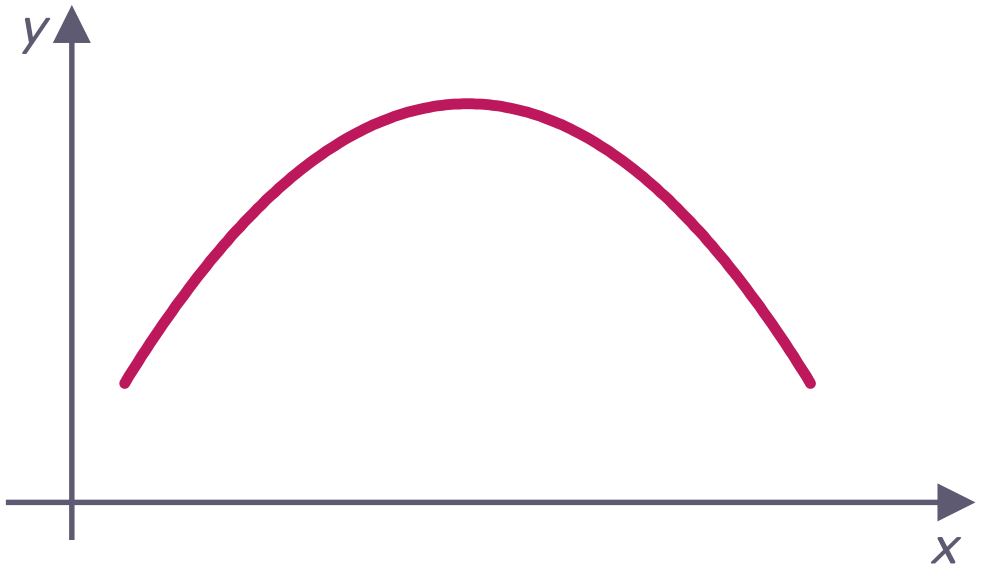
„מחייכת" או „בוכה"? – לפי הסימן של a

$a > 0$ – „מחייכת" ∪



לקודקוד יש **מינימום** – הנקודה הנמוכה ביותר.

$a < 0$ – „בוכה" ∩



לקודקוד יש **מקסימום** – הגובה המקסימלי.

זרם מים, כדור שנזרק, קשת של גשר – כולם „בוכים": $a < 0$.

מה יש בנוסחאון?

📘 מהנוסחאון – אלגברה

משוואה ריבועית: $ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0)$

השורשים:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

פונקצייה ריבועית: $y=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$

ערך ה־x של קודקוד הפרבולה:

$$x=\frac{-b}{2a}$$

חיתוך עם ציר ה־x

על ציר ה־x הגובה הוא אפס ← מציבים $y=0$ ופותרים.

כשאין מספר חופשי ($c=0$) – גורם משותף

$$-x^2+3x=0$$

$$x(-x+3)=0$$

מכפלה שווה לאפס כשאחד הגורמים אפס:

$x=0$ **או** $x=3$

בכל מקרה – נוסחת השורשים

$$y=x^2-6x+5$$

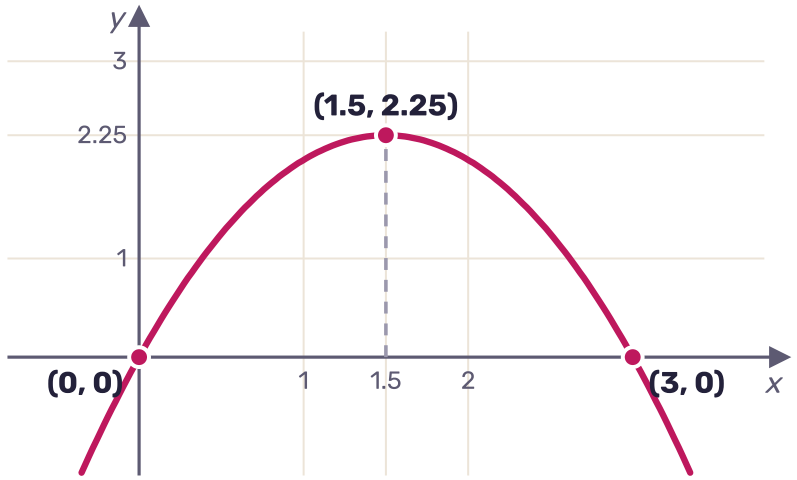
$$a=1,\ b=-6,\ c=5$$

$$x_{1,2}=\frac{6\pm\sqrt{36-20}}{2}=\frac{6\pm4}{2}$$

$$x_1=5,\quad x_2=1$$

הנקודות: $(1,0)$ ו־$(5,0)$

הקודקוד – הגובה המקסימלי



1. מזהים את a ואת b.
2. $x = \frac{-b}{2a}$ (מהנוסחאון).
3. מציבים את ה־x בפונקצייה ← y של הקודקוד.

$$x = \frac{-3}{2 \cdot (-1)} = 1.5$$

$$f(1.5) = -1.5^2 + 3 \cdot 1.5 = 2.25$$

הקודקוד: $(1.5,\ 2.25)$

בדיקה: הקודקוד באמצע בין נקודות החיתוך 0 ו־3.

עלייה וירידה

„בוכה" ($a < 0$)

עולה **משמאל** לקודקוד, יורדת **מימינו**.

$f(x) = -x^2 + 3x$

הקודקוד: $x = 1.5$

עולה כאשר $x < 1.5$

יורדת כאשר $x > 1.5$

„מחייכת" ($a > 0$)

יורדת משמאל לקודקוד, עולה מימינו.

$y = x^2 - 6x + 5$

הקודקוד: $x = 3$

יורדת כאשר $x < 3$

עולה כאשר $x > 3$

שימו לב: במצב מהחיים לוקחים רק את החלק שקיים: זרם המים יוצא ב־$x = 0$, ולכן הוא בעלייה עבור $0 < x < 1.5$.

שאלת בגרות פתורה (א, ב)

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 6

נתונה הפרבולה $f(x) = -x^2 + 3x$. החלק החיובי שלה מתאר את מסלול זרם המים במזרקה: x – המרחק האופקי (במטרים) מנקודת המוצא, y – גובה זרם המים (במטרים) מעל פני המים.

א מצאו את נקודות החיתוך עם ציר ה־x.

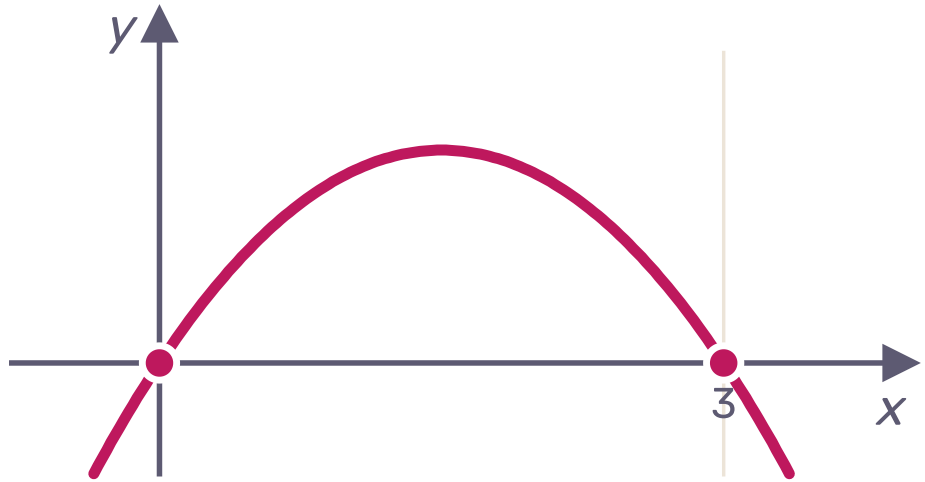
$$-x^2 + 3x = 0 \;\Rightarrow\; x(-x+3) = 0$$

$(0,0)$ ו־$(3,0)$

ב איזה גרף (1–4) מתאר את הפרבולה?

$a = -1 < 0$ ← „בוכה" (גרפים 1 או 2).

עוברת דרך הראשית ודרך $(3,0)$ – נקודה מימין לראשית.



גרף 1

שאלת בגרות פתורה (ג–ה)

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד א' • שאלה 6

ג מצאו את הנקודה שבה המים מגיעים לגובה מקסימלי.

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2 \cdot (-1)} = 1.5$$

$$f(1.5) = -2.25 + 4.5 = 2.25$$

$$(1.5,\ 2.25)$$

ד עבור אילו ערכי x זרם המים בעלייה?

מנקודת המוצא ועד הקודקוד:

$$0 < x < 1.5$$

ה ציפור עפה מעל הבריכה בגובה 3 מטרים. האם היא נרטבת?

הגובה המקסימלי של המים הוא 2.25 מטרים (סעיף ג).

$$2.25 < 3$$

לא – המים לא מגיעים לגובה 3 מטרים

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. $-1.5^2 = -2.25$: מעלים בריבוע **ואז** מוסיפים את המינוס.
2. בנוסחת השורשים: $-b$ כש־b שלילי נותן מספר **חיובי**.
3. הקודקוד הוא נקודה – צריך גם x וגם y.
4. „גובה מקסימלי" = ה־y של הקודקוד.
5. עלייה/ירידה – תחום של ערכי x, לא של גבהים.
6. במצב מהחיים – רק החלק שקיים (למשל $x \geq 0$).

בדיקה עצמית

נתונה הפונקצייה $y = x^2 - 6x + 5$.

1. האם הפרבולה „מחייכת" או „בוכה"?
2. מצאו את נקודות החיתוך עם ציר ה־x.
3. מצאו את הקודקוד. האם זו נקודת מינימום או מקסימום?
4. מצאו את נקודת החיתוך עם ציר ה־y.

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. **מחייכת** $\leftarrow a = 1 > 0$
2. $x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} \leftarrow$ $(\mathbf{1}, \mathbf{0})$ ו־$(\mathbf{5}, \mathbf{0})$
3. $x = \frac{6}{2} = 3, \quad y = 9 - 18 + 5 = -4$

   מינימום – $(\mathbf{3}, \mathbf{-4})$
4. $x = 0 \leftarrow (\mathbf{0}, \mathbf{5})$