הסתברות

מצגת הסבר – „וגם", „או", משלים והוצאה ללא החזרה

מתמטיקה 3 יח"ל | שאלון 35371 | כיתה י"א | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

בשאלת ההסתברות בוחרים באקראי (כדור, שיר, קובייה) או שמתרחש משהו בכמה ימים, ושואלים מה הסיכוי.

1. הסתברות של בחירה אחת: רצויים חלקי כולם
2. סכום כל האפשרויות הוא 1
3. „וגם" – כופלים
4. „או" – מחברים את המקרים
5. „לפחות אחד" – משלים

מהנוסחאון

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

הסתברות של בחירה אחת

כשכל האפשרויות שוות בסיכוי:

הסתברות = **מספר האפשרויות הרצויות** חלקי **מספר כל האפשרויות**

בשק 32 כדורים, 14 אדומים והשאר כחולים. כחולים: $32 - 14 = 18$

ההסתברות להוציא כדור כחול:

$$\frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

סכום כל האפשרויות = 1

גלים נמוכים 0.6, בינוניים 0.25 – ואין סוג אחר. גבוהים:

$$1 - 0.6 - 0.25 = 0.15$$

וכך גם באחוזים: $100\% - 45\% - 35\% = 20\%$ ← הסתברות 0.2

הסתברות היא תמיד מספר בין 0 ל־1.

מה יש בנוסחאון?

📘 **מהנוסחאון – הסתברות**

הסתברות של A וגם B, כאשר A ו־B הם מאורעות בלתי תלויים:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

הסתברות המאורע המשלים ל־A:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

בלתי תלויים – התוצאה של אחד לא משפיעה על השני: שתי הטלות של קובייה, מזג האוויר בשני ימים, הוצאה משני שקים שונים.

„וגם" – כופלים

1. מחלקים לשלבים: ההוצאה הראשונה, השנייה (או היום הראשון, השני).
2. מוצאים את ההסתברות בכל שלב.
3. כופלים.

דוגמה

כחול משק א' ($\frac{18}{32}$) וגם אדום משק ב' (20 מתוך 35):

$$\frac{18}{32}\cdot\frac{20}{35}=\frac{9}{28}$$

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 2

הוצאה ללא החזרה

אחרי שהוצאנו כדור ולא החזרנו – בשלב השני יש כדור אחד פחות.
15 כדורים, 6 סגולים. שני סגולים:

$$\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{14}=\frac{30}{210}=\frac{1}{7}$$

שימו לב: בשלב השני גם המונה וגם המכנה קטנים ב־1.

„או" – מחברים את המקרים

1. רושמים את כל המקרים שמתאימים לשאלה.
2. מחשבים כל מקרה (לרוב – כפל).
3. מחברים.

„אותו סוג בשני הימים"

נמוכים־נמוכים, או בינוניים־בינוניים, או גבוהים־גבוהים:

$$0.6^2 + 0.25^2 + 0.15^2$$

$$= 0.36 + 0.0625 + 0.0225 = 0.445$$

„בדיוק אחד מהשניים"

הראשון בחר במועמד א' (0.45) והשני במועמד ב' (0.35), **או** להפך:

$$0.45 \cdot 0.35 + 0.35 \cdot 0.45$$

$$= 0.315$$

בגרות קיץ תשפ"ד (2024) – מועד ב' • שאלה 2

שני סדרים ← שני מקרים.

„לפחות אחד" – המשלים

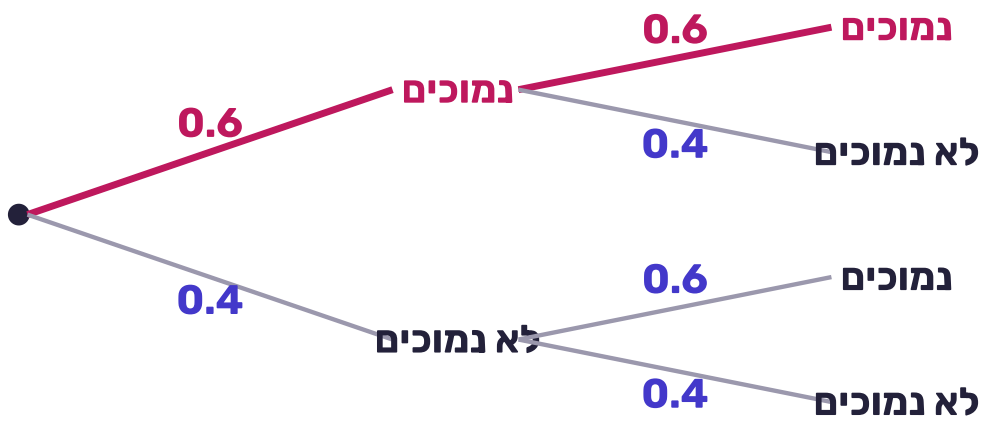
„לפחות באחד הימים" = ביום הראשון, או בשני, או בשניהם – שלושה מקרים.

המשלים שלו הוא **מקרה אחד**: „באף יום לא".

> הסתברות „לפחות פעם אחת" = 1 פחות הסתברות „אף פעם"

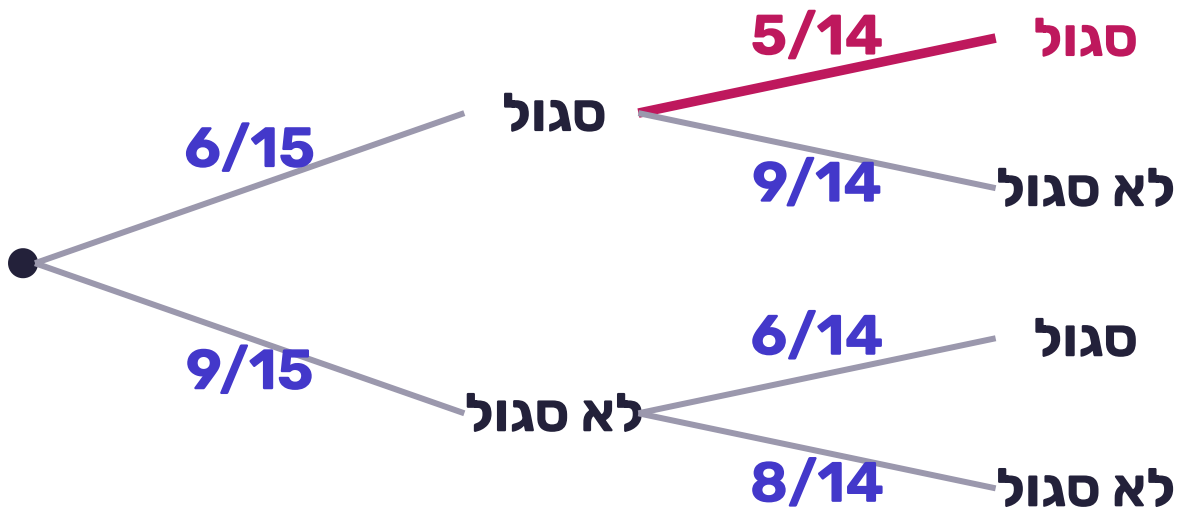
גולשים רק כשהגלים **לא** נמוכים. לא גולשים בשני הימים ← נמוכים בשניהם:

$$1 - 0.6 \cdot 0.6 = 1 - 0.36 = 0.64$$



המסלול המודגש – „נמוכים בשני הימים"

עץ – דרך לסדר את המקרים



1. כל שלב – עמודה של ענפים. על כל ענף רושמים את ההסתברות שלו.
2. הסתברויות הענפים שיוצאים מאותה נקודה – סכומן 1.
3. **לאורך מסלול** – כופלים („וגם").
4. **בין מסלולים** – מחברים („או").

שני סגולים:

$$\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{14}=\frac{1}{7}$$

שאלת בגרות פתורה (א, ב)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 2

בכל יום הגלים בחוף הם נמוכים, בינוניים או גבוהים. ההסתברות לגלים נמוכים היא 0.6, ולגלים בינוניים 0.25. סוג הגלים ביום אחד אינו תלוי בסוג הגלים ביום אחר.

א מה ההסתברות לגלים גבוהים ביום מסוים?

$$P(H) = 1 - 0.6 - 0.25 = 0.15$$

ב1 מה ההסתברות שבשני ימים הגלים יהיו נמוכים בשניהם?

$$0.6 \cdot 0.6 = 0.36$$

ב2 מה ההסתברות שסוג הגלים יהיה זהה בשני הימים?

$$0.6^2 + 0.25^2 + 0.15^2$$

$$= 0.36 + 0.0625 + 0.0225$$

$$0.445$$

שאלת בגרות פתורה (ג)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 2

ג הדר גולשת בכל יום שבו הגלים **אינם** נמוכים. מה ההסתברות שתגלוש לפחות באחד משני הימים?

המשלים: „לא גולשת באף יום" = נמוכים בשני הימים (סעיף ב1):

$$P = 1 - 0.36 = 0.64$$

0.64

בלי משלים היינו צריכים לחשב שלושה מקרים: גולשת רק ביום הראשון, רק בשני, או בשניהם:

$0.4 \cdot 0.6 + 0.6 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.4 = 0.64$

איך מזהים משלים?

המילים „לפחות אחד", „לפחות פעם אחת", „לא בכל הפעמים".

עוד שאלת בגרות: שקים וכדורים

בגרות קיץ תשפ"ג (2023) – מועד ב' • שאלה 2

בשק א' יש 32 כדורים, מתוכם 14 אדומים והשאר כחולים. בשק ב' יש 35 כדורים, מתוכם 20 אדומים והשאר כחולים.

א כדור כחול משק א':

$$\frac{32-14}{32}=\frac{18}{32}=\frac{9}{16}$$

ב כחול משק א' וגם אדום משק ב' (בלתי תלויים):

$$\frac{18}{32}\cdot\frac{20}{35}=\frac{9}{28}$$

בקופסה אחרת יש 15 כדורים, 6 מהם סגולים. מוציאים כדור, לא מחזירים אותו, ומוציאים כדור נוסף.

ג שני הכדורים סגולים:

$$\frac{6}{15}\cdot\frac{5}{14}=\frac{30}{210}=\frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{7}$$

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. „וגם" ← כפל; „או" בין מקרים נפרדים ← חיבור.
2. „בדיוק אחד" – שני סדרים: הראשון כן והשני לא, **או** להפך.
3. „לפחות אחד" ← 1 פחות ההסתברות של „אף אחד".
4. ללא החזרה: בשלב השני מספר הכדורים קטן ב־1.
5. „השאר כחולים" – מחשבים קודם כמה כחולים.
6. תשובה גדולה מ־1 או שלילית – יש טעות.

בדיקה עצמית

מטילים קובייה הוגנת פעמיים.

1. מה ההסתברות שבשתי ההטלות יתקבל 6?

2. מה ההסתברות שיתקבל 6 לפחות פעם אחת?

3. מה ההסתברות שיתקבל 6 בדיוק פעם אחת?

בקופסה 10 כרטיסים, 3 מהם זוכים. מוציאים שני כרטיסים בלי החזרה.

4. מה ההסתברות ששני הכרטיסים זוכים?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. $\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{1}{36}}$

2. $1-\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\mathbf{\frac{11}{36}}$

3. $\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{5}{18}}$

4. $\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\mathbf{\frac{1}{15}}$