מודל לינארי

מצגת הסבר – מההתחלה ועד שאלת בגרות מלאה

מתמטיקה 3 יח"ל | שאלון 35371 | כיתה י"א | לפי הנוסחאון

האתר נבנה ע"י עדי והבינה

מה נלמד?

בשאלה הכלכלית משווים בין **הצעות מחיר** או **קופות**: סכום קבוע, ועוד סכום קבוע לכל יחידה (אימון, ק"מ, דירה, חודש).

1. לכתוב ביטוי אלגברי לכל הצעה
2. להציב: כמה משלמים עבור מספר יחידות נתון
3. לפתור משוואה: כמה יחידות עבור סכום נתון
4. להשוות: מתי שתי ההצעות שוות
5. להתאים כל הצעה לגרף שלה

המבנה של כל ביטוי

סכום קבוע + מחיר ליחידה $\cdot\ x$

$$y = 24{,}000 + 3{,}000x$$

x – מספר היחידות

מה זה מודל לינארי?

בכל יחידה נוספת הסכום משתנה **באותו סכום** בדיוק.

בקופה יש 24,000 שקלים, וכל דירה משלמת 3,000:

דירות x	0	1	2	3
קופה y	24,000	27,000	30,000	33,000

כל דירה מוסיפה 3,000 ← $y = 24{,}000 + 3{,}000x$

הסכום הקבוע

הערך כש־$x = 0$ (סכום התחלתי, דמי מנוי, תשלום חודשי קבוע).

המחיר ליחידה

כמה מתווסף (או יורד) בכל יחידה. זה ה**שיפוע** של הישר.

הגרף של מודל לינארי הוא **קו ישר**.

מה יש בנוסחאון?

📘 מהנוסחאון – גאומטרייה אנליטית

השיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו־(x_2, y_2):

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

משוואת ישר ששיפועו m, העובר בנקודה (x_1, y_1):

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

במודל לינארי השיפוע הוא **המחיר ליחידה**: בכמה y משתנה כש־x גדל ב־1. ברוב השאלות כותבים את הביטוי ישר מהנתונים, בלי הנוסחה.

כתיבת ביטוי – עולה או יורד

סכום שגדל ↗

לרועי היו 540 שקלים, ובכל חודש הוא מוסיף 60.

$$y = 540 + 60x$$

בדיקה: $x = 0 \leftarrow$ 540 ✓

סכום שקטן ↘

למתן היו 1,440 שקלים, ובכל חודש הוא משלם 120.

$$y = 1440 - 120x$$

הכסף נגמר כש־$y = 0$: $\frac{1440}{120} = 12$ חודשים.

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד א' • שאלה 6

שימו לב: $540x + 60$ **לא** מתאים – כש־$x = 0$ הוא נותן 60 ולא 540. המספר ש„מוכפל ב־x" הוא תמיד המחיר ליחידה.

השיטה: ארבעה סוגי סעיפים

1. **כמה משלמים עבור...?** מציבים את x בביטוי.
2. **כמה יחידות עבור סכום נתון?** משווים את הביטוי לסכום ופותרים.
3. **מתי שתי ההצעות שוות?** משווים בין שני הביטויים – זו נקודת החיתוך של הגרפים.
4. **איזו הצעה משתלמת?** מציבים את אותו x בשני הביטויים ומשווים את התוצאות.

דוגמה לסוג 3

הצעה ראשונה: $28x$. הצעה שנייה: $120 + 13x$.

$$28x = 120 + 13x$$

$$15x = 120$$

$$x = 8$$

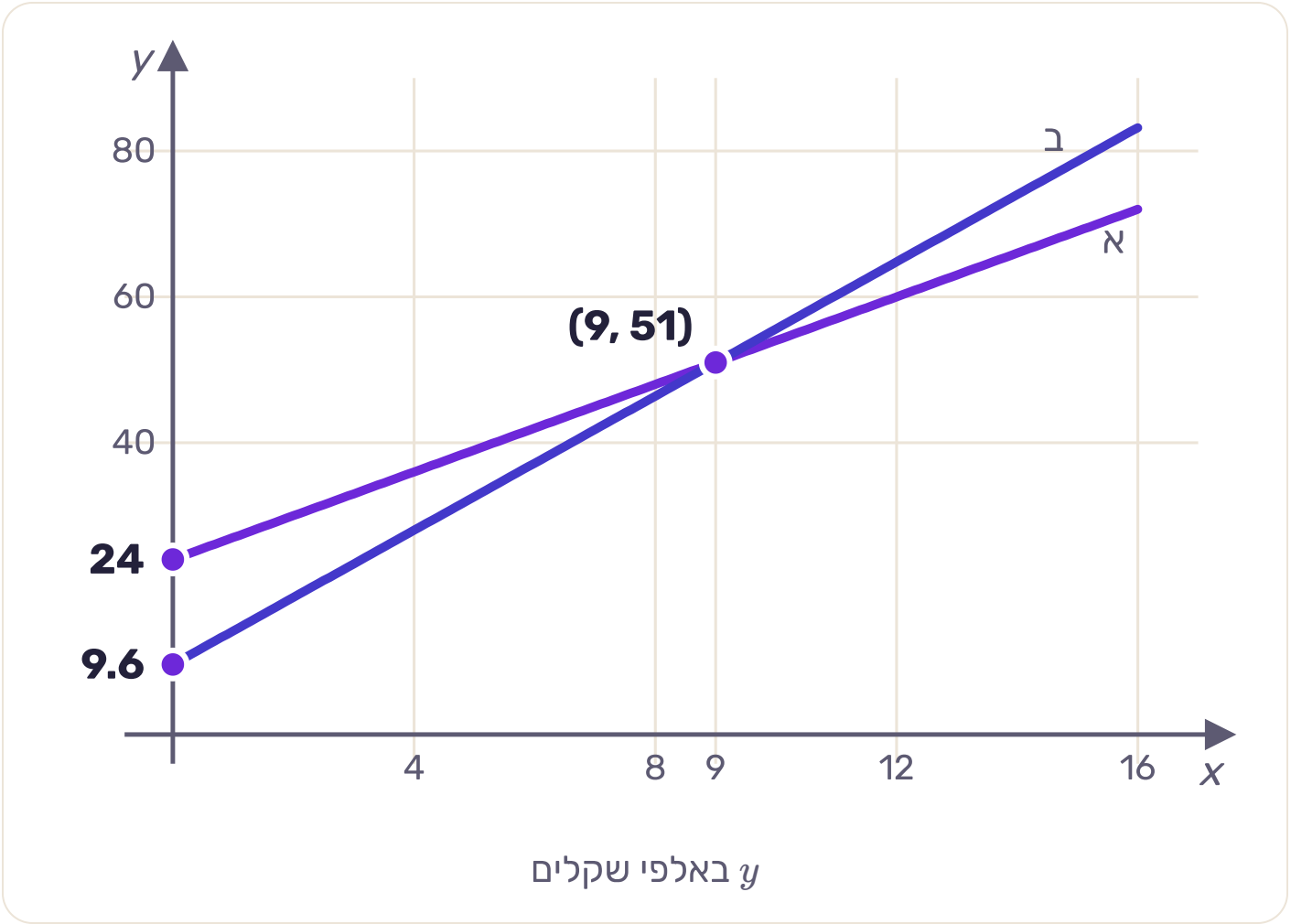
בדיקה: $28 \cdot 8 = 224$ וגם $120 + 13 \cdot 8 = 224$.

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 5

איזה גרף מתאים לאיזו הצעה?

1. **נקודת ההתחלה** (על הציר האנכי, $x = 0$): הסכום הקבוע. גבוה יותר ← מתחיל גבוה יותר.
2. **התלילות**: מחיר ליחידה גדול יותר ← הישר תלול יותר.
3. **נקודת החיתוך**: שם שתי ההצעות שוות.

אחרי נקודת החיתוך, הישר התלול יותר נמצא למעלה.



שאלת בגרות פתורה (א–ג)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6

בשני בניינים הוחלט לתקן את המעלית. בקופת הוועד של בניין א' היו 24,000 שקלים, וכל דירה משלמת 3,000 שקלים. בקופת בניין ב' היו 9,600 שקלים, וכל דירה משלמת 4,600 שקלים. x – מספר הדירות ששילמו בכל בניין.

א איזה גרף, I או II, מתאר את בניין א'?

כש־$x = 0$ בקופה של בניין א' יש יותר (24,000 לעומת 9,600) ← הגרף שמתחיל גבוה יותר.

גרף II

ב ביטוי לכל בניין:

בניין א':

$$y = 24{,}000 + 3{,}000x$$

בניין ב':

$$y = 9{,}600 + 4{,}600x$$

ג מתי הסכומים שווים? משווים:

$$24{,}000 + 3{,}000x = 9{,}600 + 4{,}600x$$

$$14{,}400 = 1{,}600x$$

$$x = 9$$

9 דירות (בכל קופה 51,000 שקלים)

שאלת בגרות פתורה (ד, ה)

בגרות קיץ תשפ"ו (2026) – מועד ב' • שאלה 6

ד בזמן מסוים היו בקופת בניין ב' 60,200 שקלים. כמה דירות שילמו?

$$9{,}600 + 4{,}600x = 60{,}200$$

$$4{,}600x = 50{,}600$$

$$x = 11$$

11 דירות

ה תיקון מעלית עולה 80,000 שקלים. בכל בניין 16 דירות, וכולן שילמו. באיזו קופה יש מספיק?

מציבים $x = 16$ בשני הביטויים:

$$24{,}000 + 3{,}000 \cdot 16 = 72{,}000$$

$$9{,}600 + 4{,}600 \cdot 16 = 83{,}200$$

רק $83{,}200 \geq 80{,}000$.

טענה III: רק בקופה של בניין ב'

עוד שאלת בגרות: מכון כושר

בגרות חורף נבצרים תשפ"ב (2022) • שאלה 5

הצעה ראשונה: 28 שקלים לכל אימון. הצעה שנייה: תשלום חודשי קבוע של 120 שקלים ו־13 שקלים לכל אימון.

א מה התשלום עבור 5 אימונים?

הצעה ראשונה: $5 \cdot 28 = 140$

הצעה שנייה: $120 + 5 \cdot 13 = 185$

ב עבור כמה אימונים התשלום שווה?

$$28x = 120 + 13x \;\Rightarrow\; x = 8$$

ג מבצע: 20% הנחה **לכל אימון** בשתי ההצעות. נעמי מתכננת 10 אימונים. מה נכון?

ההנחה רק על מחיר האימון, לא על התשלום הקבוע. משלמים 80%:

$$28 \cdot 0.8 = 22.4 \;\Rightarrow\; 10 \cdot 22.4 = 224$$

$$13 \cdot 0.8 = 10.4 \;\Rightarrow\; 120 + 10 \cdot 10.4 = 224$$

משפט III: בשתי ההצעות משלמים 224 שקלים

שימו לב – הטעויות הנפוצות

1. המספר שמוכפל ב־x הוא המחיר **ליחידה**; הסכום הקבוע עומד לבד.
2. סכום שיורד (משלמים מתוך סכום) ← **מינוס**: $1440 - 120x$.
3. „מתי שווה" ← משווים בין שני הביטויים, לא מנחשים מהגרף.
4. הנחה באחוזים – לבדוק על **מה** היא חלה (רק על המחיר ליחידה?).
5. x הוא מספר שלם של דירות או אימונים – לבדוק שהתשובה הגיונית.
6. „מה הסכום" ← מציבים x; „כמה יחידות" ← פותרים משוואה.

בדיקה עצמית

חברת השכרה א': 50 שקלים ועוד 2 שקלים לכל ק"מ. חברה ב': 3 שקלים לכל ק"מ, בלי תשלום קבוע. x – מספר הקילומטרים.

1. כתבו ביטוי לכל חברה.
2. כמה משלמים בכל חברה על 40 ק"מ?
3. עבור כמה קילומטרים התשלום שווה?
4. בחברה א' שילם דני 196 שקלים. כמה ק"מ נסע?

התשובות (לפתוח אחרי שפתרתם)

1. א': $50+2x$, ב': $3x$
2. א': **130**, ב': **120** שקלים
3. $50+2x=3x \leftarrow$ **50 ק"מ**
4. $50+2x=196 \leftarrow$ $x=$ **73 ק"מ**